ELEMI OSZTÁLYOS TANULÓK RÉSZÉRE KITŰZÖTT FELADATOK*

E: 171. Egy országút mentén száz jegenyefát ültettek, egymástól egyenlő távolságra. A 29. és 63. fa közötti távolság 476 méter. Mekkora a távolság az első és az utolsó fa között?

***

E: 172. Egy édesanya palacsintát sütött gyerekeinek. Amíg megsüt 2 palacsintát, addig a gyerekek megesznek 4-et. Amikor a gyerekek hozzáfogtak a palacsintaevéshez, 30 palacsinta volt a tányéron. Hány palacsinta marad a tányéron, ha a gyerekek 28 palacsintát ettek meg?

***

E: 173. A kolozsvári 9-es autóbusz egyik járatán tíz üres szék van, a többi foglalt, és 6 személy állva utazik. Az egyik megállóban leszáll 13, és felszáll 8 utas. Ezután mindenki leül. Hány szabad szék van az autóbuszon?

***

E: 174. Írjuk nagyság szerint növekvő sorrendbe azokat a négyjegyű természetes számokat, amelyekben a számjegyek összege 4. Hányadik ebben a sorban a 2020-as szám?

***

E: 175. a) Három edényünk van, az egyikben 11 liter, a másodikban 7 liter, a harmadikban pedig 6 liter víz van. Egy lépés során az egyik edényből áttöltünk egy másik edénybe annyi vizet, hogy abban megkétszereződjön a vízmennyiség. Legkevesebb hány lépéssel érhetjük el, hogy mindegyik edényben ugyanannyi víz legyen?

b) Van három golyónk és három dobozunk, közülük egy-egy zöld, piros, illetve sárga színű. Hányféleképpen lehet mindegyik dobozba egy-egy golyót tenni úgy, hogy a doboz és a golyó színe különböző legye?

***

ÁLTALÁNOS ISKOLÁS TANULÓK RÉSZÉRE KITŰZÖTT FELADATOK**

V. osztály

A: 4186. Egy számsorozatot alkotunk a 19-es számból kiindulva: a páratlan számot 3-mal szorozzuk és hozzáadunk 1-et, így kapjuk a sorozat következő tagját, ha páros számhoz jutunk, akkor azt 2-vel osztva kapjuk a következő tagot. Számítsuk ki a sorozat első 2020 tagjának összegét.

***

A: 4187. Jani megoldja az összes feladatot, amely a tankönyv egy fejezetének a végén van. Első nap a feladatok felét oldja meg, második nap a megmaradt feladatok harmadát, harmadik nap a még megmaradt feladatok felét, negyedik nap pedig az eddig meg nem oldott feladatok harmadát. Ekkor már csak két feladat maradt. Hány feladat van a tankönyvben a fejezet végén?

***

---

*Ezekre a feladatokra minden I-V. osztályos tanuló küldhet megoldásokat, amelyeket **2020. május 18-23.** között lehet beküldeni a `matlap2007@yahoo.com` címre. **A feladatok megoldásához az elemi osztályokban tanult módszereket alkalmazzuk!**

Minden V-VIII. osztályos tanuló küldhet megoldásokat, osztálya és az *azt megelőző osztályok* számára kitűzött feladatokra. A IX. osztályos tanulók a VII-VIII., a X. osztályos tanulók pedig a VIII. osztály számára kitűzött feladatok megoldásait küldhetik be **2020. május 18-23. között a `matlap2007@yahoo.com` címre. Kérjük az összesítőlapon a tanár nevét feltüntetni!

A: 4188. Határozzuk meg

a) $\dfrac{2}{5^{10}}$ első tíz tizedesének összegét; b) $\dfrac{2020}{2^{2020}}$ utolsó három tizedes jegyét.

***

A: 4189. Egy dobozban öt különböző színű golyó van, egyikük piros. A dobozból egyesével veszünk ki golyókat, és a kivett golyót nem tesszük vissza. Addig veszünk ki golyókat, amíg a piros golyó elő nem kerül. Hányféle különböző húzássorozat lehetséges, ha figyelembe vesszük a golyók kivevési sorrendjét is? És ha nem vesszük figyelembe a sorrendet?

***

A: 4190. Öt fiú focizott egy délután a sportpályán. Egy szünetben egyikük elrejtette a labdát. Ezt állították:

Barni: Zsolt dugta el a labdát.
Dávid: Nem Barni tette el a labdát.
Dani: Én dugtam el a labdát.
Karcsi: Nem Zsolt rejtette el a labdát.
Zsolt: Aki eldugta a labdát, annak D betűvel kezdődik a neve.
Ki rejtette el a labdát, ha csak egyik fiú mondott igazat?

***

VI. osztály

A: 4191. Melyek azok az évszámok a XXI. században, amelyekre igaz, hogy ha az évszámhoz hozzáadjuk azt a számot, amelyet az évszám számjegyeinek fordított sorrendbe írásával kapunk, az összeg osztható az évszám számjegyeinek az összegével.

Pap-Czier Levente tanár, Nagykároly

A: 4192. a) Adottak az $x = [125^{31} - 4(-25)^{46} + (-4)^{102} : 2^{203} - (-5)^{92}]^{213}$ és $y = 5^{143} + 4(-25)^{71}$ számok. Hasonlítsuk össze a $-x$ és $-y$ számokat.

b) Igazoljuk, hogy bármely n természetes szám esetén $p = \dfrac{2n - 1 + 3(-1)^{n-1}}{2}$ egész szám.

***

A: 4193. Egy háromszög mindhárom oldalának hossza centiméterben mérve természetes szám. A leghosszabb oldal hossza nem több 32 cm-nél és 12 cm-rel több, a legrövidebb oldal hossza pedig 4 cm-rel kevesebb, mint a harmadik oldal hossza. Hány ilyen különböző háromszög van?

***

A: 4194. Az ABC egyenlő oldalú háromszögben D az AB, F pedig az AC szakasz egy-egy pontja úgy, hogy $AD \equiv AF$. Szerkesszük meg az ABC háromszögön kívül az ADE és CFP egyenlő oldalú háromszögeket. Igazoljuk, hogy:

a) $EC \equiv EP$;
b) $BE \equiv AP \equiv CD$;
c) $EF \perp CP$.

Simon József tanár, Csíkszereda

A: 4195. Írjuk le egymás után az első öt pozitív egész számot a következő szabály szerint: páros számot akkor írhatunk, ha a nála eggyel kisebb számot már leírtuk, 3-at akkor írhatunk, ha az 5-öt már leírtuk. Keressük meg az összes megoldást.

***

VII. osztály

A: 4196. Határozzuk meg azokat a -1-gyel és -2-vel nem egyenlő x racionális számokat, amelyekre $\dfrac{x}{x+1}$ és $\dfrac{x}{x+2}$ egyidőben egész számok.

Simon József tanár, Csíkszereda

A: 4197. Igazoljuk, hogy:

a) $\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)\cdot\dfrac{1}{2}>1$, bármely $x\in\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$ esetén,

b) $\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}+\ldots+\sqrt{2021}>2020-\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{2021}}\right).$

***

A: 4198. Egy autó általában másfél óra alatt teszi meg az utat A városból B városba. Egy nap nagy volt a forgalom az út C városig eső szakaszán, így ezen a részen az átlagsebességének 60%-ával tudott haladni. Az út további részén is lassú volt a forgalom, így a szokásos átlagsebességének a 90%-ával ment. Ha tudjuk, hogy a C város az út ötödénél helyezkedik el, határozzuk meg, hogy hány perc késéssel érkezett a B városba?

***

A: 4199. Az $ABCD$ téglalapban a D és B csúcsból az AC átlóra húzott DF és BE merőlegesek $(E,F\in AC)$ talppontjai harmadolják az AC átlót. A téglalap köré írt kör sugara 48 cm.

a) Igazoljuk, hogy $AC\ \cdot DB=AB^2+BC^2$.

b) Bizonyítsuk, hogy $BFDE$ paralelogramma.

c) Igazoljuk, hogy a BDF háromszög területe a téglalap területének hatodával egyenlő.

d) Határozzuk meg a téglalap oldalainak hosszát és területét.

Császár Sándor tanár, Csíkmadaras

A: 4200. Egy baráti társaságban jéghoki és kosárlabda szurkolók vannak. Ha egy jéghoki szurkoló átállna a kosárlabda szurkolók közé, akkor a hoki és kosárlabda szurkolók számának hányadosa az eredeti hányados reciprokára változna. Ha viszont egy kosárlabda szurkoló állna át hoki szurkolónak, akkor kétszer annyi hoki szurkoló lenne, mint kosárlabda szurkoló. Hány személy van a baráti társaságban?

***

VIII. osztály

A: 4201. Legyen $x\in\mathbb{R}_+^*$ és $n\in\mathbb{N}$ olyan számok, amelyekre $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2}{x+2}+\ldots+\dfrac{n}{x+n}=$ $=n-1$. Igazoljuk, hogy $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}+\ldots+\dfrac{1}{x+n}=\dfrac{1}{x}$.

Vasile Şerdean tanár, Szamosújvár

A: 4202. Adott az $E(x)=\left(\dfrac{x^2-1}{4-x^2}+1\right)\ :\ \dfrac{1}{x+2}$ kifejezés. Határozzuk meg azon x számokat, amelyekre $E(x)$ értelmezett, majd keressük meg azon a egész számokat, amelyekre $E(a)\in\mathbb{Z}$.

***

A: 4203. Adott az $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} ax+2, & x<1 \\ 2x+a, & x \geq 1 \end{cases}$ függvény.

a) Határozzuk meg az a valós számot, ha az $A(a,3)$ pont a függvény grafikus képének egy pontja.

b) Ábrázoljuk a függvényt $a=-1$ esetén.

***

A: 4204. Az $ABCDA'B'C'D'$ szabályos négyoldalú hasáb alapéle $AB=a$, magassága $AA'=b$ és M, N, P az AB, BC, illetve $B'C'$ élek felezőpontja.

a) Igazoljuk, hogy $DM \perp A'P$.

b) Számítsuk ki a (DMP) és (ABC) síkok által meghatározott lapszög tangensét.

***

A: 4205. Egy játékban öt személy vesz részt, a zöldsapkások igazat mondanak, a barna sapkát viselők pedig hazudnak. Állapítsuk meg, kinek milyen színű a sapkája, ha a következő kijelentéseket teszik:

Márton: három zöldsapkást és egy barnasapkást látok.

Nándor: négy barnasapkást látok.

Ottó: egy zöldsapkást és három barnasapkást látok.

Pál: hallgat.

Róbert: négy zöldsapkást látok.

***