

ELEMI OSZTÁLYOS TANULÓK RÉSZÉRE KITŰZÖTT FELADATOK*

E: 176. a) Hány jegyű lesz az a szám, amit úgy kapunk, hogy 1-től 2020-ig leírjuk egymás mellé a természetes számokat?

b) Rekonstruáljuk az alábbi összeadást, ha tudjuk, hogy azonos alakzatokba azonos számjegyek kerülnek:

$$\square \bigcirc + \square \bigcirc + \square \bigcirc = \diamond \square$$

Keressük meg az összes megoldást.

E: 177. Egy zeneiskola elemi osztályaiba 90 tanuló jár. Közülük mindenki legalább egy hangszeren játszik, zongorán vagy fuvolán. Tudjuk, hogy 62 tanuló zongorázik és 40 tanuló fuvolázik. Hányan tanulnak csak zongorázni, illetve csak fuvolázni? Hányan tanulnak két hangszeren játszani?

E: 178. Ötszemélyes autókkal és kilencszemélyes mikrobuszokkal 97 személyt szeretnénk elszállítani. Hány járműre van szükség az egyes fajtákból, hogy minden hely foglalt legyen és mindenki egyszerre utazhasson? (A sofőrök is beleszámítanak a 97 személybe.)

E: 179. Imola könyvespolcán meséskönyvek, verses kötetek és regények sorakoznak. A könyvek között 27 nem regény, 39 pedig nem meséskönyv. A meséskönyvek száma fele a regények számának. Hány könyve van Imolának az egyes fajtákból?

E: 180. Rajzoljuk le, hogy hányféleképpen fedhető le $1 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ -es dominókkal egy $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ -es négyzet, egy $2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ -es téglalap és egy $2 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ -es téglalap.

ÁLTALÁNOS ISKOLÁS TANULÓK RÉSZÉRE KITŰZÖTT FELADATOK**

V. osztály

A: 4206. a) Ha a, b, c, d, e egymásutáni számjegyek, és $\overline{aa} + \overline{bb} + \overline{cc} + \overline{dd} + \overline{ee} = 2020$, akkor igazoljuk, hogy $n = a + a^b + \overline{cd} - e$ négyzetszám.

b) Határozzuk meg az \overline{ab} alakú természetes számokat, amelyekre $\overline{ab} = (a + b)b$.

Csáki Ferenc tanár, Sárköz

*Ezekre a feladatokra minden I-V. osztályos tanuló küldhet megoldásokat, amelyeket **2020. június 10-15.** között lehet beküldeni a matlap2007@yahoo.com címre. **A feladatok megoldásához az elemi osztályokban tanult módszereket alkalmazzuk!**

Minden V-VIII. osztályos tanuló küldhet megoldásokat, osztálya és az *azt megelőző osztályok* számára kitézött feladatokra. A IX. osztályos tanulók a VII-VIII., a X. osztályos tanulók pedig a VIII. osztály számára kitézött feladatok megoldásait küldhetik be **2020. június 10-15. között a matlap2007@yahoo.com címre. Kérjük az összesítőlapra a tanár nevét feltüntetni!

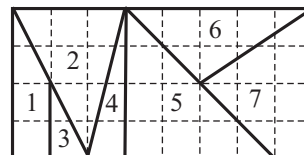
A: 4207. Egy téglalap alakú kert területe $4,9 \text{ m}^2$, kerülete pedig $9,8 \text{ m}$. Mennyi lehet a kert hosszúsága és szélessége, ha tudjuk, hogy deciméterben kifejezve természetes számok?

Kovács Béla tanár, Szatmárnémeti

A: 4208. Az $\frac{55}{546}$ közösleges tört tizedes tört formájában felírt alakjában hányas számjegy áll a tizedes vessző után a 2020. helyen? Mennyi a tizedes vessző utáni első 2020 számjegy összege?

A: 4209. Egy nemzetközi rendezvényen öt egymásmelletti szék maradt üresen a vacsoránál, amelyet két európai, két afrikai és egy ázsiai résztvevő foglal el. Mivel ismerkedni szeretnének minél távolabb élő emberekkel, ezért az azonos földrészről érkezők nem ülnek egymás mellé. Hányféleképpen ülhet le az öt személy az öt üres székre?

A: 4210. Öt gyerek egy tábla csokoládén osztozott, amelyik 32 cikkből állt. A csokoládé hét darabra tört. A legnagyobb részt Andor ette meg. Bori és Csaba ugyanannyit evett, de Bori három darabot, Csaba pedig egy darabot. Dóra egy olyan darabot evett meg, amelyik egy cikkel kisebb, mint amit Andor evett. Éva a maradékot ette meg. Melyik gyerek ette meg az egyes csokoládé darabokat?



VI. osztály

A: 4211. Három különböző, nem nulla számjegyből képezzük az összes lehetséges egyjegyű, kétjegyű és háromjegyű számot, majd összeadjuk őket. Lehet-e az összeg 2020? És 2205?

A: 4212. Ha x és y olyan egész számok, amelyekre

$$(-1)^{p^2-p} \cdot x + (-1)^p(x-y) + (-1)^{p+1}(x+y) + (-1)^{p^2+p} \cdot y + 1 = 0$$

bármely $k \in \mathbb{N}$ esetén, akkor igazoljuk, hogy $x+y$ páratlan szám.

A: 4213. a) Igazoljuk, hogy $N = \frac{36^n + 2 \cdot 6^{n+1} + 32}{5 \cdot 6^n + 40}$ természetes szám, bármely $n \in \mathbb{N}$ esetén.

b) Ha $a = \frac{1}{2017} - \frac{1}{2017 \cdot 2018} - \frac{1}{2018 \cdot 2019} - \frac{1}{2019 \cdot 2020}$, akkor hasonlítsuk össze a $(-1)^k \cdot a$ és $(-1)^{\frac{1}{a}} \cdot k$ számokat, ahol $k \in \mathbb{N}^*$.

A: 4214. Az ABC háromszög BC oldalán felvesszünk egy M pontot. Legyenek P és R az M pont szimmetrikusai az AB , illetve AC oldalakra nézve. Igazoljuk, hogy a P, A, R pontok akkor és csakis akkor kollineárisak, ha $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

A: 4215. Állítsuk elő az egyjegyű természetes számokat öt darab 5-ös számjegy felhasználásával. Használhatjuk a négy alapműveletet, zárójeleket, törteteket.

VII. osztály

A: 4216. Oldjuk meg a természetes számok halmazán a következő egyenletet:

$$\overline{xx}^2 + x^3 + x^2 + x - x^0 = 2019.$$

Csáki Ferenc tanár, Sárköz

A: 4217. Gergő egy háromnapos kerékpáros túrára indult. Az első nap a tervezett út harmadát szeretne volna megtenni, de 4 km-rel kevesebbet tett meg. A második nap a megmaradt út felét akarta megtenni, de 2 km-rel kevesebbet tett meg. A harmadik nap megtette a megmaradt útszakasz $\frac{10}{11}$ részét és még 4 km-t, így megérkezett a tervezett célba. Milyen hosszú volt a megtett út, és mekkora szakaszokat tett meg Gergő az egyes napokon?

A: 4218. Róbert és Dániel szomszédok. Róbert háromszor annyi idős, mint amennyi Dániel volt akkor, amikor Róbert annyi idős volt, mint amennyi Dániel most. Amikor Dániel annyi idős lesz, mint most Róbert, akkor életkoraik összege 112 lesz. Hány évesek most?

A: 4219. Az ABC egyenlő oldalú háromszög AB és AC oldalainak az A -n túli meghosszabbításain vegyük fel az E és F pontokat úgy, hogy $AE = AB$ és $AF = \frac{3}{2}AC$. Legyen D az AE szakasz felezőpontja. Igazoljuk, hogy:

- az FDE háromszög egyenlő szárú;
- a DFC háromszög egyenlő szárú;
- $T_{FDE} = \frac{3}{4}T_{ABC}$.

Simon József tanár, Csíkszereda

A: 4220. Samu szereti a rejtvényeket, ezért egyik nap amikor egy 10-est kapott az iskolában, kérte családtagjait, hogy próbálják kitalálni, melyik tantárgyból kapta. Ezeket a válaszokat kapta:

Édesanyja: magyarból kaptad.

Édesapja: nem biológiából kaptál tízest.

Testvére: vagy magyarból vagy matekból kaptad.

Samu elárulta, hogy tényleg ezen tantárgyak valamelyikéből kapta a tízest, és a három állítás közül legalább egy igaz és legalább egy hamis. Miből kapott tízest Samu?

VIII. osztály

A: 4221. a) Oldjuk meg a $\frac{2x - \sqrt{12}}{x^2 + 3} \leq 0$, $x \in \mathbb{N}^*$ egyenlőtlenséget.

b) Igazoljuk, hogy $E(x) = \frac{2x^2 - 12x + 22}{x^2 - 6x + 10} \in (2, 4]$ bármely x valós szám esetén.

A: 4222. Adottak az $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$ és $g(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 + 1}$ függvények.

a) Igazoljuk, hogy $f(x) = g(x)$.

b) Határozzuk meg az f függvény, az ordinátatengely és az $y = 2$ egyenletű egyenes által közrezárt síkidom területét.

A: 4223. Egy derékszögű háromszög átfogójára húzott magasság a legnagyobb olyan kétjegyű szám, amelynek négyzetében a tízesek helyén 5 áll. A befogóknak az átfogóra eső vetületei közül az egyik páros, a másik pedig 1-től különböző páratlan természetes szám. Számítsuk ki a háromszög területét cm^2 -ben, ha az adott hosszúságok mm -ben vannak kifejezve.

Olosz Ferenc tanár, Szatmárnémeti

A: 4224. Egy vékonyabb és egy vastagabb, egyforma magasságú gyertyát egyszerre gyújtunk meg. Mindkét gyertya egyenletesen fogy, a vékonyabb 3 óra alatt, a vastagabb 4 óra alatt fogy el. A meggyújtásuk után mennyi idővel volt az egyik gyertya kétszer olyan magas, mint a másik?

A: 4225. Az $ABCD A' B' C' D'$ kocka élhossza a , M és N az $A'D'$, illetve $C'D'$ élek felezőpontja.

a) Határozzuk meg az (MNC) sík által a kockában meghatározott síkmetszetet, majd számítsuk ki a területét.

b) Határozzuk meg az (ABC) és (MNC) síkok által meghatározott lapszög szinuszát.
